حمیدرضا امیری

آموزش ترجمهٔ متون ریاضی

اصطلاحات و لغات مهم

1. Real number	عدد حقیقی
2. Graph	نمودار - شکل
3. Function	تابع
4. Positive	مثبت
5. Properties	خاصیت‌ها
6. Operations	اعمال
7. counterexample	مثال نقض
8. Statement	گزاره
9. prime number	عدد اول
10. Hypothesis	فرض
11. prime number	مضرب
12. Least common multiple	کوچک‌ترین مضرب مشترک

مثال ۱. برای تمام اعداد حقیقی $x>۰$، $x^۳>x^۲$.

بحث: این ممکن است یک ایدهٔ خیلی خوب برای رسم تابع‌های $x^۲$ و $x^۳$ برای مقایسهٔ آن‌ها باشد. فرض کنیم:

الف) عدد x یک عدد حقیقی مثبت است (ما می‌توانیم از همهٔ خواص و اعمال اعداد حقیقی بهره ببریم).

ب) $x^۳>x^۲$

اثبات: بیایید یک مثال نقض را ببینیم. اگر $x=۰/۵$، آن‌گاه $x^۳=۰/۱۲۵$ و $x^۲=۰/۲۵$. بنابراین، در این حالت $x^۳<x^۲$. بنابراین گزارهٔ فوق نادرست است.

مثال ۲. اگر یک عدد صحیح مثبت توسط یک عدد اول عاد شود (بر یک عدد اول بخش‌پذیر باشد)، در این صورت آن عدد، اول نیست.

اثبات: گزاره نادرست است. عدد اولِ ۷ را در نظر می‌گیریم. این عدد، عددی صحیح و مثبت است و توسط عدد اول ۷ عاد می‌شود (در واقع $\frac{۷}{۷}=۱$). بنابراین در فرض صدق می‌کند. ولی ۷ عددی اول است. پس نتیجه نادرست است.

مثال ۳. اگر یک عدد صحیح، مضرب ۱۰ و ۱۵ باشد، آنگاه آن عدد، مضرب ۱۵۰ است.

اثبات: گزاره نادرست است. کافی است کوچک‌ترین مضرب مشترکِ ۱۰ و ۱۵، یعنی ۳۰ را در نظر بگیریم. این عدد مضرب ۱۰ و ۱۵ است، اما مضرب ۱۵۰ نیست. ■

EXAMPLE 1. For all real numbers $x>0$, $x^3>x^2$.

Discussion: It might be a good idea to graph the functions x^2 and x^3 to compare them. Let

A: The number x is a positive real number.

(We can use all the properties and operations of real numbers.)

B: $x^3>x^2$.

Proof. Let us look for a counterexample. If $x=0.5$, then $x^3=0.125$ and $x^2=0.25$. Therefore, in this case, $x^3<x^2$. So the statement is false. ■

EXAMPLE 2. If a positive integer number is divisible by a prime number, then it is not prime.

Proof. The statement is false. Consider the prime number 7. It is a positive integer number and it is divisible by the prime number 7 (indeed $7/7=1$). So it satisfies the hypothesis. But 7 is a prime number. Thus the conclusion is false. ■

EXAMPLE 3. If an integer is a multiple of 10 and 15, then it is a multiple of 150.

Proof. The statement is false. Just consider the least common multiple of 10 and 15, namely 30. This number is a multiple of 10 and 15, but it is not a multiple of 150. ■

ترجمه برای دانش‌آموز

EXAMPLE 4. Let a be an even number, with $|a|>16$. Then either $a\geq18$ or $a\leq-18$.

Proof

Hypothesis:

A: The number a is an even number, with $|a|>16$.

(*Implicit hypothesis:* The number a is an integer.)

Conclusion:

B: $a\geq18$

C: $a\leq-18$.

Because $|a|>16$, we have two possible cases:

1. $a>16$.
2. $a<-16$.

Assume that $a>16$. The number a is even, so it cannot be 17. Thus a must be at least 18; that is, $a\geq18$. Then, in this case the conclusion is true because B is ture.

Assume that $a<-16$. The number a is even, so it cannot be -17. Thus a must be at most -18; that is, $a\leq-18$. Then, in this case the conclusion is ture because C is true. ■